

Séminaire du Laboratoire Jacques-Louis Lions

(UMR 7598 CNRS, Sorbonne Université et Université Paris Cité)

Exposés avec diffusion simultanée par Zoom

Résumés des exposés des mois de septembre-octobre 2024

Vendredi 27 septembre 2024 – 14h00

Exposé donné dans la salle du séminaire du Laboratoire Jacques-Louis Lions avec diffusion simultanée par Zoom

Basile Audoly (CNRS et Ecole Polytechnique, Palaiseau)

Homogénéisation d'ordre supérieur : paradoxes de l'approche par l'énergie

Résumé

On aborde l'homogénéisation de milieux élastiques périodiques comme un problème de minimisation : l'énergie est minimisée par rapport à la composante rapidement variable du déplacement. A l'ordre dominant, la procédure permet de retrouver les résultats classiques d'homogénéisation, mais lorsqu'elle est poussée à l'ordre 2, elle produit des modules élastiques (associés à l'effet gradient) strictement négatifs. Nous discutons des conséquences de ce paradoxe et proposons des pistes de résolution.

Les travaux présentés dans l'exposé ont été réalisés en collaboration avec Claire Lestringant (Sorbonne Université) et Manon Thbaut (Ecole Polytechnique).

Vendredi 04 octobre 2024 – 14h00

Exposé donné dans la salle du séminaire du Laboratoire Jacques-Louis Lions avec diffusion simultanée par Zoom

Jacek Jendrej (Sorbonne Université)

Deux résultats sur la conjecture de résolution en solitons

Résumé

Les équations aux dérivées partielles dispersives sont des équations d'évolution (c'est-à-dire comportant la variable temporelle) dont les solutions préservent l'énergie, mais peuvent néanmoins décroître en temps long parce que les différentes fréquences se propagent avec des vitesses distinctes. Dans certains cas, il existe des solutions spéciales appelées « solitons » qui ne changent pas de forme au fil du temps. La conjecture de résolution en solitons prédit que les solitons sont le seul obstacle à la décroissance des solutions. Plus précisément, toute solution se décompose en une superposition de solitons et d'un terme évanescent appelé « radiation ».

Nous présenterons cette conjecture dans le contexte de l'équation des applications d'ondes critique, qui est l'analogie de l'équation des ondes pour les applications de \mathbf{R}^2 dans \mathbf{S}^2 . Les solitons correspondent aux applications harmoniques, qui ont été classifiées par Eells et Wood en 1976. Nous considérons les solutions « équivariantes », qui sont des solutions ayant une certaine symétrie préservée par le flot. Dans un travail commun avec Andrew Lawrie, nous prouvons que la résolution en solitons est vraie pour ces solutions. Notre preuve repose sur une analyse des collisions de solitons, ainsi que sur une fonctionnelle de Lyapunov localisée appropriée, qui ensemble permettent de démontrer un lemme de non-retour pour les multi-solitons.

En nous appuyant sur certaines de ces idées, nous résolvons, dans un travail commun avec Andrew Lawrie et Wilhelm Schlag, un problème analogue pour le flot de la chaleur des applications harmoniques (introduit par Eells et Sampson en 1964), sans faire d'hypothèse de symétrie sur les données initiales.

Vendredi 11 octobre 2024 – 14h00

Exposé donné dans la salle du séminaire du Laboratoire Jacques-Louis Lions avec diffusion simultanée par Zoom

Laura Kanzler (Sorbonne Université, Paris)

Passage à la limite vers des équations de diffusion classiques ou fractionnaires pour des équations cinétiques avec plusieurs quantités conservées

Résumé

Lors de l'étude des équations cinétiques (qui décrivent le mouvement et l'interaction d'un système de particules), il est classique de considérer, car elles sont plus faciles à analyser, les équations macroscopiques qui décrivent l'évolution des quantités conservées (par exemple la masse) du système de particules considéré, une fois effectuée une mise à l'échelle appropriée. Pour des particules dont la densité à l'équilibre est à décroissance

rapide à l'infini (par exemple pour une distribution gaussienne), l'équation macroscopique obtenue est une équation de diffusion classique. Si la densité à l'équilibre a une décroissance lente (de type algébrique), il a été démontré, pour les équations où une seule quantité est conservée, qu'après une mise à l'échelle appropriée on obtient une équation de diffusion fractionnaire, c'est à dire une équation de diffusion non-locale avec un Laplacien fractionnaire.

Dans cet exposé, je présenterai une extension de ces résultats au cas où les équations cinétiques linéaires considérées conservent non seulement la masse, mais aussi la quantité de mouvement et l'énergie. Après des mises à l'échelle appropriées, on obtient à la limite un système d'équations de diffusion classiques pour les quantités conservées si la densité à l'équilibre est à décroissance suffisamment rapide à l'infini. Dans le cas où la décroissance de la densité à l'équilibre est plus lente, on obtient des équations de diffusion fractionnaires pour la masse et pour l'énergie, tandis que l'équation pour la quantité de mouvement est triviale. Les démonstrations reposent sur de l'analyse spectrale et des estimations d'énergie. Elles sont constructives et fournissent des taux de convergence explicites.

Les résultats qui seront présentés dans cet exposé sont le fruit de travaux en collaboration avec Emeric Bouin (Université Paris Dauphine) et Clément Mouhot (Université de Cambridge).

Vendredi 18 octobre 2024 – 14h00

Exposé donné dans la salle du séminaire du Laboratoire Jacques-Louis Lions avec diffusion simultanée par Zoom

Cet exposé sera donné dans le cadre de la neuvième édition des

Leçons Jacques-Louis Lions

qui comprendront également un mini-cours intitulé

From problem setting to problem solving via scientific machine learning

donné les mardi 15, mercredi 16 et jeudi 17 octobre 2024, voir

<https://www.ljll.fr/lecons-jacques-louis-lions-2024-alfio-quarteroni>

Alfio Quarteroni (Université Polytechnique de Milan
et Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne)

The pulse of Math

Résumé

Computational medicine represents a formidable generator of mathematical problems and numerical methods that enable a deeper understanding of human physiology and provide crucial support to physicians for more accurate diagnoses, optimized therapies, and patient-specific surgical interventions.

The inherent difficulties associated with the multiphysics and multiscale nature of the problems at hand, data uncertainty, inter- and intra-patient variability, and the curse of dimensionality, can be overcome thanks to the development of accurate, physics-based models empowered with data-driven artificial intelligence algorithms.

In this presentation, we will show how the iHEART simulator, an integrated model of the human heart function, enables us to achieve these objectives, and discuss some future developments.

Vendredi 25 octobre 2024 – 14h00

Exposé donné dans la salle du séminaire du Laboratoire Jacques-Louis Lions avec diffusion simultanée par Zoom

Jérôme Droniou (CNRS, Université de Montpellier et Université Monash, Melbourne)

**Une théorie complète de trace et relèvement discrets
pour les méthodes polytopales et hybrides**

Résumé

Dans le cadre de l'analyse fonctionnelle discrète (DFA en anglais), de nombreux résultats connus pour les espaces de Sobolev (compacité, injection, trace) ont été adaptés aux espaces de « fonctions discrètes » rencontrés dans l'analyse numérique des équations aux dérivées partielles. Ces « fonctions discrètes » ne sont parfois pas des fonctions, surtout dans le cadre de méthodes applicables sur des maillages polygonaux ou polyédriques génériques, mais par exemple des vecteurs de polynômes attachés aux cellules et faces du maillage ; les résultats connus dans les espaces de Sobolev ne peuvent alors pas directement s'appliquer au cadre discret. La difficulté de la DFA est alors de définir les bonnes normes discrètes sur ces espaces, et de trouver des moyens d'adapter les techniques de preuves du cadre continu au cadre discret.

Dans le cadre des théorèmes de trace discrets, ceux qui sont disponibles consistent le plus souvent à montrer que la norme L^2 de la restriction d'une « fonction discrète » est bornée par une norme H^1 discrète de cette fonction dans le domaine. L'usage de la norme L^2 au bord (au lieu d'une norme $H^{1/2}$ discrète), cependant, ne permet pas d'établir le théorème inverse, c'est à dire le relèvement stable d'une fonction sur le bord en une fonction dans l'intérieur du domaine. Un tel relèvement est cependant essentiel dans l'analyse de solveurs basés sur des décompositions de domaine car, en l'absence de recouvrement, l'information est transmise d'un domaine à l'autre uniquement via leurs bord commun.

Dans cet exposé, je présenterai une théorie complète de trace et relèvement discrets, pour des méthodes numériques polytopales et « hybrides » (où les inconnues sont des polynômes dans les cellules et sur leurs faces). Cette théorie commence par la définition d'une norme $H^{1/2}$ discrète adéquate, pour laquelle une inégalité de trace et un relèvement stable peuvent être prouvés. Je donnerai les idées générales pour établir ces deux résultats, idées qui miment les preuves dans le cadre continu de l'inégalité de trace $H^1 \rightarrow H^{1/2}$ et du relèvement $H^{1/2} \rightarrow H^1$. Le cadre général de la théorie s'applique à de nombreux schémas polytopales (comme Hybrid-High Order, Virtual Elements, Hybridizable Discontinuous Galerkin, Discrete De Rham, etc.), et permet une analyse des méthodes de décomposition de domaine pour ces schémas.

Il s'agit de travaux en collaboration avec Santiago Badia et Jai Tushar de l'Université Monash (Melbourne, Australie).

Les exposés du séminaire du Laboratoire Jacques-Louis Lions sont donnés
le vendredi de 14h à 15h

dans la

Salle du séminaire du Laboratoire Jacques-Louis Lions,
Campus Jussieu, Sorbonne Université, 4 place Jussieu, Paris 5ème,
barre 15-16, 3ème étage, salle 09 (15-16-3-09) ;

ils sont diffusés simultanément par Zoom.

Chaque vendredi, à partir de 13h30, le lien Zoom pour l'exposé du jour est affiché sur la
page web

<https://www.ljll.fr/seminaire-du-laboratoire/>

et l'accès à la « salle de séminaire Zoom » est possible à partir de la même heure.

Le programme du séminaire, sa version pdf, les résumés des exposés, leurs diaporamas et
leurs enregistrements vidéo sont disponibles sur cette même page web.

Pour recevoir (ou ne plus recevoir) par courrier électronique chaque mois le programme du
séminaire et chaque vendredi un rappel de l'exposé du jour, envoyer un message à
francois.murat@sorbonne-universite.fr

Organisateurs du séminaire :

Yves Achdou : achdou@ljll.univ-paris-diderot.fr

Fabrice Béthuel : fabrice.bethuel@sorbonne-universite.fr

Albert Cohen : albert.cohen@sorbonne-universite.fr

Anne-Laure Dalibard : anne-laure.dalibard@sorbonne-universite.fr

Yvon Maday : yvon.maday@sorbonne-universite.fr

François Murat : francois.murat@sorbonne-universite.fr

Benoît Perthame : benoit.perthame@sorbonne-universite.fr

Emmanuel Trélat : emmanuel.trelat@sorbonne-universite.fr