

Séminaire du Laboratoire Jacques-Louis Lions

(UMR 7598 CNRS, Sorbonne Université et Université Paris Cité)

Exposés avec diffusion simultanée par Zoom

Résumés des exposés du mois de mars 2024

Vendredi 01 mars 2024 – 14h00

Exposé donné dans la salle du séminaire du Laboratoire Jacques-Louis Lions avec diffusion simultanée par Zoom

Bernard Di Martino (Université de Corse Pasquale Paoli, Corte)

**Hyperbolicité des équations d'Euler à surface libre
et des modèles multicouches**

Résumé

On considère dans cet exposé les équations d'Euler hydrostatiques à surface libre, qui représentent l'écoulement d'un fluide de densité constante sur une surface non nécessairement plane. Ces équations servent à modéliser par exemple les écoulements dans une rivière ou dans un lac. Au cours de ces dernières années, plusieurs méthodes d'approximation des solutions de ces équations ont été proposées, par exemple à l'aide de modèles multicouches. Ces méthodes consistent à effectuer une approximation $P0$ ou $P1$ de la vitesse verticale dans chaque couche.

Si les résultats numériques sont satisfaisants au niveau de l'interprétation physique, il n'y a pas de résultat d'existence des solutions de ces équations dans le cas général. Le cas à une couche correspond aux équations de Saint-Venant et peut être traité par les méthodes classiques concernant les équations hyperboliques. Le cas à deux couches est déjà plus compliqué et des résultats ont été obtenus ces dernières années. A partir de trois couches, il est possible de mettre en évidence des configurations où le système n'est pas hyperbolique.

En reprenant les travaux de Teshukov, nous montrons qu'il est possible, grâce à une transformation géométrique astucieuse, de transformer le problème continu en un problème de type hyperbolique pour une notion d'hyperbolicité généralisée. Cette transformation

est bijective sur un petit intervalle de temps si l'écoulement est régulier. L'étude du spectre associé à l'opérateur nous permet de donner des critères d'hyperbolicité pour le cas continu.

On s'intéresse ensuite à une version discrétisée de ces nouvelles équations. On montre que des valeurs propres complexes apparaissent naturellement dans la matrice de discrétisation et on donne quelques pistes sur leur évolution en fonction du nombre de couches.

Les résultats présentés ont été obtenus au sein du Laboratoire Jacques-Louis Lions (Sorbonne Université, Paris) et de l'équipe Ange de l'Inria dans le cadre de la thèse de Chourouk El Hassanieh, au cours d'un travail en collaboration avec Chourouk El Hassanieh, Edwige Godlewski, Julien Guillod et Jacques Sainte-Marie.

Vendredi 08 mars 2024 – 14h00

Exposé donné dans la salle du séminaire du Laboratoire Jacques-Louis Lions avec diffusion simultanée par Zoom

Ludovic Godard-Cadillac (Université de Bordeaux)

**Modélisation et analyse du micro-magnétisme
des nano-particules et des nano-fils magnétiques**

Résumé

Cette présentation porte sur une série de travaux de modélisation et d'analyse du micro-magnétisme en géométrie fine (petites sphères ou cylindre fin). Un premier travail a consisté à modéliser la dynamique des nano-particules magnétiques en interaction dans un fluide visqueux en les représentant comme de petits aimants sphériques. Dans ce cadre nous avons effectué différentes simulations numériques permettant de décrire les structures méta-stables qui émergent et qui évoluent au cours du temps sous différents effets (auto-interaction magnétique, interaction fluide-structure, effets thermiques, interaction avec un champ extérieur). Dans un second temps, nous avons fait l'analyse mathématique de ces structures émergentes à l'aide de techniques issues du calcul des variations. Nous nous sommes concentrés sur les deux structures ayant le plus d'intérêt du point de vue de la physique, à savoir les structures en anneaux et les structures alignées. Dans la continuité de cette étude, nous avons analysé le cas des nano-fils magnétiques, c'est-à-dire le cas où la structure de nano-particules alignées fusionne en un unique cristal cylindrique très fin et très allongé. Les applications possibles de ces systèmes magnétiques sont le stockage d'information haute densité et le contrôle d'objets nano-métriques grâce à un champ magnétique extérieur.

Les travaux présentés ont été réalisés à Strasbourg, à l'IPCMS pour les aspects physiques avec Paul-Antoine Hervieux et Giovanni Manfredi, et à l'IRMA pour les aspects mathématiques avec Raphaël Côte, Clémentine Courtès, Guillaume Ferrière (maintenant à l'INRIA Lille) et Yannick Privat (maintenant à l'IEC Nancy).

Vendredi 15 mars 2024 – 14h00

Exposé donné dans la salle du séminaire du Laboratoire Jacques-Louis Lions avec diffusion simultanée par Zoom

Maria Kazakova (Université Savoie Mont Blanc, Le Bourget du Lac)

**Couches absorbantes parfaitement adaptées (PML)
pour les modèles dispersifs-hyperboliques des vagues**

Résumé

Les conditions aux limites absorbantes sont essentielles pour simuler la propagation des ondes sans réflexions artificielles. Dans cet exposé, je présenterai une analyse de la méthode des couches parfaitement adaptées (Perfectly Matched Layers, en abrégé PML) pour différentes équations hyperboliques-dispersives, en commençant par l'exemple modèle de l'équation de KdV linéarisée. La stabilité de la méthode n'est pas toujours garantie, l'obstruction principale étant la condition classique sur les vitesses de phase et de groupe que nous retrouvons dans notre analyse. Ensuite, j'introduirai un système hyperbolique avec un terme source qui est une approximation des équations de Korteweg-de Vries ; dans ce cas, l'analyse montre que la méthode PML présente encore un défaut de stabilité dans certaines situations. Enfin, je considérerai le système BBM-Boussinesq qui modélise les vagues bidirectionnelles à la surface d'une couche de fluide non visqueux. Les propriétés dispersives de ce modèle physiquement pertinent conviennent mieux aux techniques PML ; nous montrons que les équations PML sont toujours stables dans ce cas. Nous illustrons numériquement les propriétés absorbantes et de stabilité de ces modèles PML.

Ce travail est réalisé en collaboration avec P. Noble, C. Besse et S. Gavrilyuk.

Vendredi 22 mars 2024 – 14h00

Exposé donné dans la salle du séminaire du Laboratoire Jacques-Louis Lions avec diffusion simultanée par Zoom

Luca Alasio (Sorbonne Université, Paris)

**Modélisation mathématique de certains aspects
de la dégénérescence maculaire liée à l'âge (DMLA)**

Résumé

Notre perception visuelle du monde dépend fortement de mécanismes biochimiques sophistiqués et délicats, et leur perturbation a un impact négatif sur notre vie. La dégénérescence maculaire liée à l'âge (DMLA) affecte le centre du champ visuel et est devenue de plus en plus fréquente dans notre société, provoquant ainsi un pic d'intérêt académique et clinique. Je présenterai différents modèles mathématiques décrivant l'épithélium pigmentaire rétinien (EPR) dans la rétine en cas de DMLA.

La couche cellulaire de l'EPR contribue à la vie des photorécepteurs en leur fournissant des nutriments et en participant au cycle visuel et à la « maintenance cellulaire ». Nos objectifs sont les suivants : (1) la modélisation de la sénescence et de la dégénérescence de l'EPR dans la DMLA ; (2) l'étude de la dynamique des câbles d'actine pour la fermeture des petites lésions ; (3) la modélisation de l'évolution des grandes lésions ; (4) l'exploration des liens avec la biochimie rétinienne.

Ce projet est développé en collaboration avec M. Paques, Y. Borella, L. Almeida et B. Perthame.

Vendredi 29 mars 2024 – 14h00

Exposé donné dans la salle du séminaire du Laboratoire Jacques-Louis Lions avec diffusion simultanée par Zoom

Evelyne Miot (Université Grenoble Alpes)

Dynamique de points vortex dans l'équation des lacs

Résumé

Dans cet exposé, nous étudions l'évolution de points vortex dans l'équation des lacs : plus précisément, nous montrons que si la fonction tourbillon est initialement fortement concentrée autour de points, elle reste concentrée dans un certain sens autour de points pour les temps positifs, et que les trajectoires de ces points suivent les lignes de niveau de la profondeur du lac.

Ce travail est en collaboration avec L. E. Hientzsch (Université de Bielefeld) et C. Lacave (Université Savoie Mont Blanc).

Les exposés du séminaire du Laboratoire Jacques-Louis Lions sont donnés
le vendredi de 14h à 15h

dans la

Salle du séminaire du Laboratoire Jacques-Louis Lions,
Campus Jussieu, Sorbonne Université, 4 place Jussieu, Paris 5ème,
barre 15-16, 3ème étage, salle 09 (15-16-3-09) ;

ils sont diffusés simultanément par Zoom.

Chaque vendredi, à partir de 13h30, le lien Zoom pour l'exposé du jour est affiché sur les pages web

<https://www.ljll.math.upmc.fr/seminaire-du-laboratoire>

<https://www.ljll.math.upmc.fr/seminaire-du-laboratoire/seminaires-de-l-annee-2024>

et l'accès à la « salle de séminaire Zoom » est possible à partir de la même heure.

Le programme du séminaire, sa version pdf, les résumés des exposés, leurs diaporamas et leurs enregistrements vidéo sont disponibles sur ces mêmes pages web.

Pour recevoir (ou ne plus recevoir) par courrier électronique chaque mois le programme du séminaire et chaque vendredi un rappel de l'exposé du jour, envoyer un message à
francois.murat@sorbonne-universite.fr

Organisateurs du séminaire :

Yves Achdou : achdou@ljll.univ-paris-diderot.fr

Fabrice Béthuel : fabrice.bethuel@sorbonne-universite.fr

Albert Cohen : albert.cohen@sorbonne-universite.fr

Anne-Laure Dalibard : anne-laure.dalibard@sorbonne-universite.fr

Yvon Maday : yvon.maday@sorbonne-universite.fr

François Murat : francois.murat@sorbonne-universite.fr

Benoît Perthame : benoit.perthame@sorbonne-universite.fr

Emmanuel Trélat : emmanuel.trelat@sorbonne-universite.fr